1) Há 20 anos, em 1º de julho de 1994, entrava em vigor o real, moeda que pôs fim à hiperinflação que assolava a população brasileira. Nesse novo sistema monetário, cada real valia uma URV (Unidade Real de Valor), que, por sua vez, valia 2750 cruzeiros reais. Dessa forma, 33550 cruzeiros reais valiam:

a) 10,50 URV. b) 11,70 URV. c) 12,50 URV. d) 12,20 URV. e) 13,70 URV.

RESOLUÇÃO

Regra de três simples

$$\left.\begin{array}{l}\uparrow 1\,\text{URV} \leftrightarrow 2750\,\text{cruzeiros}\uparrow \\ \uparrow x\,\text{URV} \leftrightarrow 33550\,\text{cruzeiros}\uparrow\end{array}\right\} \frac{1}{x} = \frac{275\cancel{0}}{3355\cancel{0}}$$

$$\xrightarrow{\boxed{\div 5}} \frac{1}{x} = \frac{55}{671} \xrightarrow{\boxed{\div 11}} \frac{1}{x} = \frac{5}{61} \to 5x = 61 \to x = \frac{61}{5} = 12{,}20\,\text{URV}$$

GABARITO: LETRA D

2) Um número N é formado por três algarismos cuja soma de seus valores absolutos é 12. O valor absoluto do algarismo das unidades é o triplo do valor absoluto do algarismo das centenas. O valor absoluto do algarismo das dezenas é a média aritmética entre os valores absolutos dos algarismos das unidades e das centenas. O menor inteiro positivo que devemos somar a N para obtermos um quadrado perfeito é:

a) 11. b) 12. c) 8. d) 9. e) 10.

RESOLUÇÃO

- $N = ABC$, tal que $A + B + C = 12$
- $C = 3A$ e $B = \frac{C + A}{2} = \frac{3A + A}{2} = 2A.$
- Logo $N = (A)(2A)(3A)$
- Como $A + B + C = 12 \to A + 2A + 3A = 12 \to 6A = 12 \to A = 2.$

Então o nº é 246 e faltam $\boxed{\underline{10}}$ unidades para chegar ao quadrado perfeito mais próximo, que é 256.

GABARITO: LETRA E

3) Armílio procura manter sob controle todas as suas despesas. Após anotar todos os seus gastos ao longo deste ano, verificou que a média aritmética de suas despesas durante os seis primeiros meses foi de R$ 3000,00. Contudo, computados os gastos efetuados no sétimo mês, a média aritmética de suas despesas durante os sete primeiros meses foi de R$ 3300,00. O valor das despesas de Armílio no sétimo mês foi de:

a) R$ 5100,00. b) R$ 7200,00. c) R$ 3300,00. d) R$ 3000,00. e) R$ 300,00.

RESOLUÇÃO

- $M_6 = \frac{S_{\text{despesas}}(6)}{6} = 3000 \to S_{\text{despesas}}\ 6 = 18.000$

- $M_7 = \frac{S_{\text{despesas}}(7)}{7} = 3300 \to \frac{18.000 + {}_{\text{despesa}}(7)}{7} = 3300$

$\to 18.000 + \text{despesa}(7) = 23.100 \to \text{despesa}(7) = \boxed{5.100}$

GABARITO: LETRA A

4) As idades de Felipe e Márcia há 8 anos estavam na razão de 3 para 7. Hoje, estão na razão de 5 para 9. A soma das idades atuais de Felipe e Márcia é:

a) 54 anos. b) 56 anos. c) 58 anos. d) 60 anos. e) 62 anos.

RESOLUÇÃO

	Antes	Hoje
Felipe	3x	3x + 8
Márcia	7x	7x + 8

$\underbrace{\text{Antes} \quad \text{Hoje}}_{\text{8 anos}}$

- Como a razão hoje é $\frac{5}{9}$:
- $\frac{3x+8}{7x+8} = \frac{5}{9} \rightarrow 27x + 72 = 35x + 40$

  $32 = 8x \rightarrow x = 4$
- Soma das idades atuais:

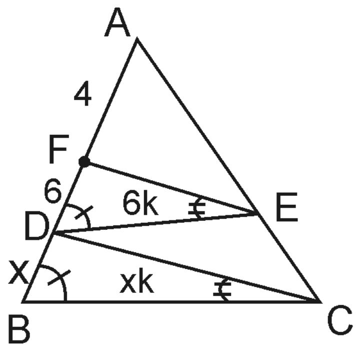
  $3x + 8 + 7x + 8 = 10x\ 16 = 10 \,.\, 4 + 16 = 56$

GABARITO: LETRA B

5) Em um triângulo ABC, os pontos D e E pertencem, respectivamente, aos lados $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$ e são tais que $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$. Se F é um ponto de $\overline{AB}$ tal que $\overline{EF} \parallel \overline{CD}$ e as medidas de $\overline{AF}$ e $\overline{FD}$ e são, respectivamente, 4 e 6, a medida do segmento $\overline{DB}$ é:

a) 15. b) 10. c) 20. d) 16. e) 36.

RESOLUÇÃO



1º) $\overline{EF} \parallel \overline{CD}$ e $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$. Então Δ FED $\simeq \Delta$DBC

sendo $\overline{DE}$ = 6k, $\overline{BC}$ = xk.

2º) ΔADE $\simeq \Delta$ABC

$\frac{10}{6\cancel{k}} = \frac{10+x}{x\cancel{k}} \Rightarrow 10x = 60 + 6x$

$4x = 60 \rightarrow x = 15$

GABARITO: LETRA A

6) Considere a figura a seguir, em que um dos lados do trapézio retângulo se encontra apoiado sobre o gráfico de uma função real de variável real definida por f(x) = ax + b.

Sabendo-se que a área da região sombreada é $16cm^2$, podemos afirmar que:

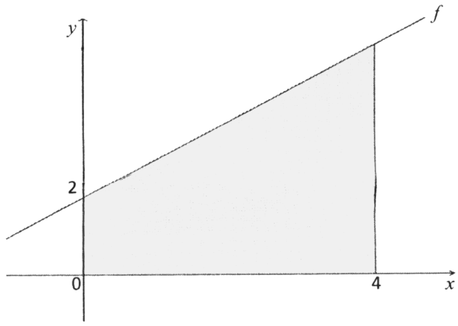
a) a – b = –1.

b) a + b = 8.

c) a = b = 2.

d) b – a = 3.

e) a + b = 6.



RESOLUÇÃO

1º) $16 = \frac{(w+2).\cancel{4}\ 2}{\cancel{2}}$

$w + 2 = 8$

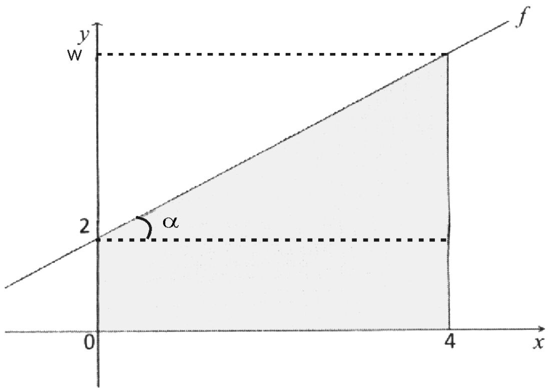
$w = 6$

2º) $tg\alpha = a = \frac{w-2}{4}$

$= \frac{6-2}{4} = 1$

3º) b = 2 (ponto de intersecção da reta com o eixo y)

4º) Assim a – b = 1 – (2) = –1.



GABARITO: LETRA A

7) Na figura abaixo, as retas r e s são paralelas, e os paralelogramos ABCD e ABEF têm em comum a base $\overline{AB}$

Considere P o ponto de interseção entre os segmentos $\overline{AF}$ e $\overline{BC}$.

A razão entre as áreas dos quadriláteros APCD e BEFP é:

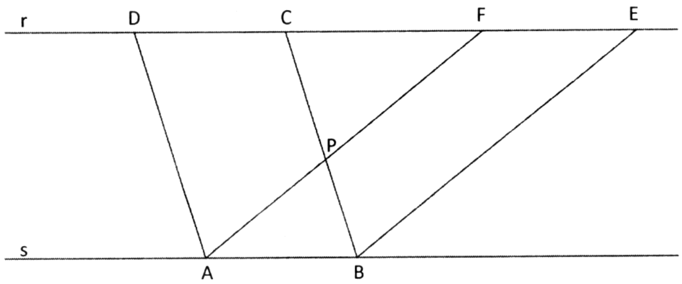
a) 2.

b) 1.

c) $\frac{1}{2}$.

d) $\sqrt{2}$.

e) $\frac{3}{2}$.



RESOLUÇÃO

- $S_{ABCD} = S_{ABEF}$, pois são paralelogramos de mesma base e altura.
- $S_{APCD} = S_{ABCD} - S_{ABP}$
- $S_{BEFP} = S_{ABEF} - S_{ABP}$

Subtraindo: $S_{APCO} - S_{BEFP} = S_{ABCD} - S_{ABEF} = O$

Lolgo são iguais.

Então $\frac{S_{ABCD}}{S_{ABEF}} = 1$.

GABARITO: LETRA B

8) Na festa junina do CMRJ, com a finalidade de evitar o uso de dinheiro pelos alunos, tia Sandra organizou um sistema que usa fichas de diferentes cores. Uma ficha branca tem o mesmo valor que 3 fichas azuis ou a metade do valor de uma vermelha. Uma ficha preta vale 5 vezes o valor da vermelha. Se cada ficha azul vale R$ 5,00, um aluno que possui 2 fichas pretas, 5 vermelhas, 6 brancas e 10 azuis dispõe de um valor equivalente a:

a) R$ 650,00. b) R$ 620,00. c) R$ 590,00. d) R$ 550,00. e) R$ 700,00.

RESOLUÇÃO

VALOR	QUANTIDADE	TOTAL
AZUL: R$ 5,00	10	R$ 5,00 X 10 = R$ 50,00
BRANCA: 3 X R$ 5,00 = 15,00	6	R$ 15,00 X 6 = R$ 90,00
VERMELHA: 2 X R$ 15,00 = R$ 30,00	5	R$ 30,00 X 5 = R$ 150,00
PRETA: 5 X R$ 30,00 = R$ 150,00	2	R$ 150,00 X 2 = R$ 300,00
		R$ 590,00

GABARITO: LETRA C

9) Boente e Amanda, ao praticarem tiro ao alvo, fizeram a seguinte aposta: quem acerta o alvo recebe R$ 5,00 do seu adversário. Se Boente e Amanda têm, inicialmente, R$ 560,00 e R$ 320,00 respectivamente e terminam a série de tiros com o mesmo valor, podemos concluir que o número de tiros que Amanda acertou a mais que Boente foi:

a) 18. b) 20. c) 22. d) 24. e) 26.

RESOLUÇÃO

$$\text{Acertos}\begin{cases}\text{Amanda}: a\\ \text{Boente}: b\end{cases}$$

- Total (R$) $\rightarrow 560 + 320 = 880$
- Se ao final ficam com o mesmo valor, cada um fica com R$ 440,00

Assim: Amanda $\rightarrow 320 + 5a - 5b = 440$

$$5(a - b) = 120 \rightarrow a - b = 24$$

GABARITO: LETRA D

10) Magda foi informada, em dezembro de 2013, que a mensalidade do seu curso de francês a partir de janeiro de 2014 teria um aumento de 60%. Ela não concordou com o aumento e procurou o PROCON, que, após analisar o caso, determinou que o curso desse um desconto de 15% em relação ao valor da nova mensalidade. O curso acatou a decisão do PROCON. Como Magda é professora do CMRJ, o curso, voluntariamente, decidiu dar-lhe 10% de desconto sobre o valor que havia sido determinado pelo PROCON.

Dessa forma, o aumento da mensalidade do curso de francês do ano de 2013 para o ano de 2014 passou a ser, em percentual, um número compreendido entre:

a) 34 e 36. b) 25 e 26. c) 23 e 24. d) 24 e 25. e) 22 e 23.

RESOLUÇÃO

$$\left.\begin{array}{l}\bullet\ \text{Mensalidade}: 100x\ (\text{inicial})\\ \bullet\ \text{Aumento de } 60\%: \dfrac{60}{\cancel{100}}\cdot\cancel{100}x = 60x\end{array}\right\} 160x$$

- Após decisão do PROCON: $160x - \dfrac{15}{10\cancel{0}}\cdot 16\cancel{0}x = 160x - 24x = 136x$

- Após desconto de professor CRMJ: $136x - \dfrac{1\cancel{0}}{10\cancel{0}}\ .\ 136x = 136x - 13{,}6x = 122{,}4x$

- Aumento: $\dfrac{22{,}4\cancel{x}}{100\cancel{x}} = 22{,}4\%$

GABARITO: LETRA E

11) Se x + y = 2 e $\dfrac{x^3+y^3}{x^2+y^2}=\dfrac{1}{4}$, então $(xy)^{-1}$ é igual a:

a) $\dfrac{11}{14}$ b) $\dfrac{11}{13}$ c) $\dfrac{11}{12}$ d) 1 e) $\dfrac{11}{10}$

RESOLUÇÃO:

$$\frac{(x+y)\left(x^2-xy+y^2\right)}{\left(x^2+y^2\right)}=\frac{1}{4}\rightarrow\frac{(x+y)\left[(x+y)^2-3xy\right]}{(x+y)^2-2xy}=\frac{1}{4}$$

Substituindo x + y = 2:

$$\frac{2\left(2^2-3xy\right)}{2^2-2xy}=\frac{1}{4}\rightarrow$$

$$8(4-3xy) = 4-2xy$$

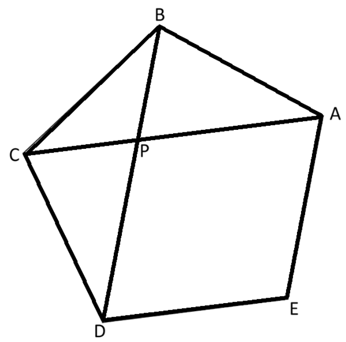
$$32-24xy = 4-2xy$$

$$28 = 22\,xy \rightarrow \frac{1}{xy}=\frac{22}{28} \rightarrow (xy)^{-1} = \frac{11}{14}$$

GABARITO: LETRA A

12) Em um pentágono regular ABCDE cujos lados medem 10 cm, as diagonais $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$ cruzam-se no ponto P, conforme representado na figura abaixo.

A medida do segmento $\overline{CP}$, em centímetros, é:



a) 5

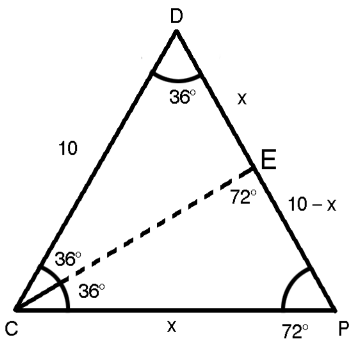
b) $5+5\sqrt{3}$

c) $-5+5\sqrt{5}$

d) $5\sqrt{2}$

e) $5\sqrt{5}$

RESOLUÇÃO:



$\overline{CE}$ é bissetriz.

Semelhança:

$$\frac{x}{10-x}=\frac{10}{x}\rightarrow$$

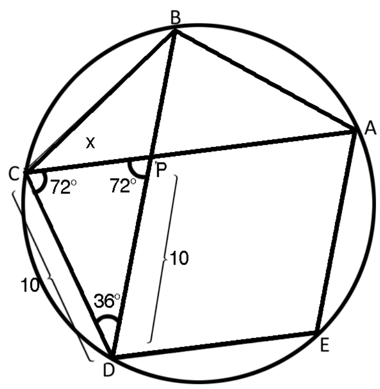
$$x^2=100-10x\rightarrow$$

$$x^2+10x-100=0$$

$$\frac{-10\pm\sqrt{100+400}}{2}\rightarrow$$

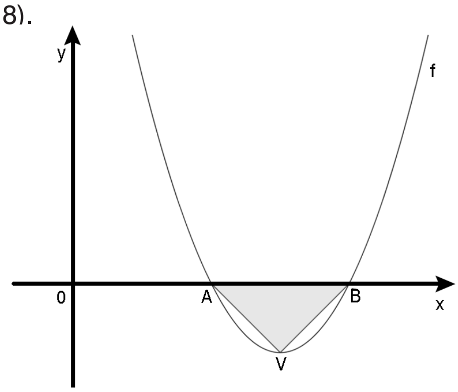
$$\frac{-10\pm10\sqrt{5}}{2}=$$

$$-5\pm5\sqrt{5}\rightarrow-5+5\sqrt{5}$$



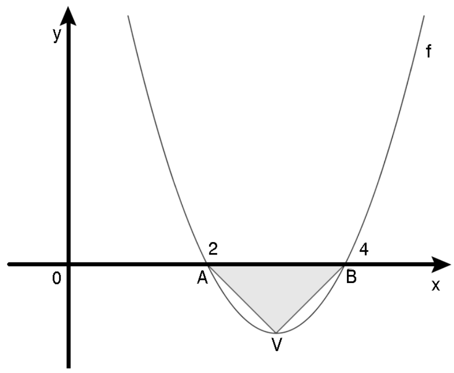
GABARITO: LETRA C

13) Observe o gráfico abaixo da função quadrática definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$, com vértice $V(3,-1)$ e que corta o eixo das abscissas nos pontos A e B e o eixo das ordenadas em $(0,8)$.
A área do triângulo isósceles AVB é:



a) 2
b) $\frac{3}{4}$
c) $\frac{1}{2}$
d) $\frac{1}{4}$
e) 1

RESOLUÇÃO:



$f(x) = ax^2 + bx + c$
1º) $c = 8$
2º) $XV = -\frac{b}{2a} = 3 \rightarrow b = -6a$
3º) $f(3) = -1$, logo
$-1 = a \cdot 3^2 - 6a.3 + 8$
$-9 = -9a \rightarrow a = 1$
e logo $b = -6$.
4º) Assim $f(x) = x^2 - 6x + 8 = (x-2)(x-4)$,
ou seja, raízes 2 e 4.

5º) $S_{\triangle AVB} = \frac{(4-2).1}{2} = 1$

GABARITO: LETRA E

14) Um grupo de alunos do grêmio estudantil do CMRJ, numa excursão, alugou uma van por R$ 342,00, valor que deveria ser dividido igualmente entre esses alunos. Contudo, no fim do passeio, três alunos ficaram sem dinheiro, e os outros tiveram que completar o total, pagando, cada um deles, R$ 19,00 a mais. Podemos afirmar que o total de alunos é um número:

a) múltiplo de 2.
b) divisível por 5.
c) múltiplo de 3.
d) primo.
e) divisível por 19.

RESOLUÇÃO:

alunos: a valor por aluno: x

$$\begin{cases} a\,.\,x = 342 & \rightarrow x = 342/a \text{(I)} \\ (a-3)(x+19) = 342 & \rightarrow \cancel{ax} + 19a - 3x - 57 = \cancel{342} \end{cases}$$

$$19 - 3x - 57 = 0 \text{(II)}$$

Substituindo (I) em (II)

$$\overset{1}{\cancel{19}}a - \frac{3\cdot\overset{18}{\cancel{342}}}{a} - \underset{3}{\cancel{57}} = 0 \rightarrow a - \frac{54}{a} - 3 = 0 \rightarrow a^2 - 3a - 54 = 0$$

9 $\quad -6$

GABARITO: LETRA C

15) Uma lanchonete próxima ao CMRJ vende, em média, 400 sanduíches por dia, a um preço de R\$ 8,00 a unidade. O proprietário observa que, para cada R\$ 1,00 de desconto, as vendas aumentam em 100 unidades. Considerando x o valor, em reais, do desconto dado no preço do sanduíche e R o valor, em reais, da receita obtida com a venda dos sanduíches, então a expressão que relaciona R e x é:

a) $R = -x^2 + 4x + 32$
b) $R = -100x^2 + 400x + 3200$
c) $R = 100x^2 + 400x + 3200$
d) $R = -100x^2 - 400x + 3200$
e) $R = -100x^2 - 400x - 3200$

RESOLUÇÃO:

$R = (400 + 100x)(8 - x) \rightarrow R = 3200 + 800x - 400x - 100x^2 \rightarrow R = -100x^2 + 400x + 3200$

GABARITO: LETRA B

16) Sabendo que α e β são as raízes da equação $(x-2)(x-3)+(x-3)(x+1)+(x+1)(x-2) = 0$, o valor de $\frac{1}{(\alpha+1)(\beta+1)} + \frac{1}{(\alpha-2)(\beta-2)} + \frac{1}{(\alpha-3)(\beta-3)}$, está entre:

a) 2 e 4.
b) –3 e –2.
c) 1 e 2.
d) – 1 e 1.
e) 5 e 7.

RESOLUÇÃO:

$$\text{Distributiva: } \begin{cases} x^2 - 3x - 2x + 6 + x^2 + x - 3x - 3 + x^2 - 2x + x - 2 = 0 \\ 3x^2 - 5x - 2x - x + 6 - 3 - 2 = 0 \\ 3x^2 - 8x + 1 = 0 \rightarrow \text{ soma} \begin{cases} S = -(-8)/3 = 8/3 \\ P = 1/3 \end{cases} \end{cases}$$

Desenvolvendo e substituindo:

$$= \frac{1}{\alpha\beta + (\alpha+\beta) + 1} + \frac{1}{\alpha\beta - 2(\alpha+\beta) + 4} + \frac{1}{\alpha\beta - 3(\alpha+\beta) + 9}$$

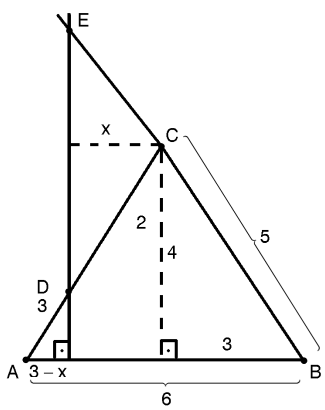
$$= \frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{8}{3} + 1} + \frac{1}{\frac{1}{3} - 2.\frac{8}{3} + 4} + \frac{1}{\frac{1}{3} - 3.\frac{8}{3} + 9} = \frac{1}{4} + \frac{1}{-1} + \frac{1}{\frac{4}{3}} = -\frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \text{zero}$$

GABARITO: LETRA D

17) O triângulo ABC é isósceles de base $\overline{AB}$ e perímetro 16 cm. Sobre o lado $\overline{AC}$, toma-se um ponto D tal que $\overline{AD}$ mede 3 cm. A reta perpendicular a $\overline{AB}$ passando por D intersecta o prolongamento de $\overline{BC}$ no ponto E. Se $\overline{AB}$ mede 6 cm, a medida de $\overline{CE}$, em centímetros, é:

a) 5
b) 4,5
c) 3
d) 2
e) 6

RESOLUÇÃO:



1º) $\frac{3}{3-x} = \frac{2}{x} \rightarrow 3x = 6 - 2x \rightarrow 5x = 6 \rightarrow x = \frac{6}{5}$

2º) $\frac{\overline{CE}}{x} = \frac{5}{3} \rightarrow 3\,\overline{CE} = \cancel{5}.\frac{6}{\cancel{5}} \rightarrow \overline{CE} = 2$

GABARITO: LETRA D

18) O número irracional $\dfrac{1}{\sqrt[4]{49+20\sqrt{6}}}$ é igual a:

a) $\sqrt{7}-\sqrt{2}$. b) $\sqrt{3}+\sqrt{2}$. c) $\sqrt{7}-2$. d) $\sqrt[4]{\sqrt{7}-\sqrt{2}}$. e) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$.

RESOLUÇÃO:

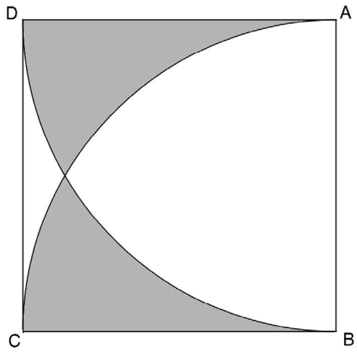
$\dfrac{1}{\sqrt{\sqrt{49+\sqrt{2400}}}} \rightarrow \left\{\begin{array}{l} 1^{\underline{o}})\ c^2 = 49^2 - 2400 = 1 \rightarrow c = 1 \\ 2^{\underline{o}})\ \text{Fica: } \sqrt{\dfrac{49+1}{2}}+\sqrt{\dfrac{49-1}{2}} = 5+\sqrt{24} \end{array}\right.$

$\dfrac{1}{\sqrt{5-\sqrt{24}}} \rightarrow \left\{\begin{array}{l} 1^{\underline{o}})\ c = 5^2 - 24 = 25 - 24 = 1 \\ 2^{\underline{o}})\ \text{Fica: } \sqrt{\dfrac{5+1}{2}}+\sqrt{\dfrac{5-1}{2}} = \sqrt{3}+\sqrt{2} \end{array}\right.$

Então: $\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} \cdot \dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2} = \sqrt{3}-\sqrt{2}$

GABARITO: LETRA E

19) Na figura a seguir, o lado do quadrado ABCD tem medida 8 cm e, com centros nos pontos B e A respectivamente, traçam-se os arcos de circunferência AC e BD.
A área da parte hachurada da figura mede:



a) $16.\left(\sqrt{3}-\dfrac{\pi}{3}\right)\text{cm}^2$

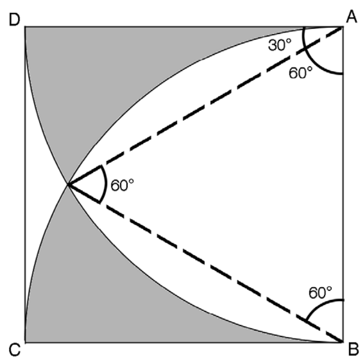
b) $32.\left(\sqrt{3}-\dfrac{\pi}{3}\right)\text{cm}^2$

c) $32.\left(\sqrt{3}+\dfrac{2\pi}{3}\right)\text{cm}^2$

d) $32\pi\text{cm}^2$

e) $\left(\sqrt{3}+\pi\right)\text{cm}^2$

RESOLUÇÃO:



$S_{III} = 2(\text{Setor } 30° - \text{Seg. circular } 60°)$

$S_{III} = 2\left[\dfrac{\pi.8^2}{12}-\left(\dfrac{\pi.8^2}{6}-\dfrac{8^2\sqrt{3}}{4}\right)\right] = 2\left[\dfrac{16\pi}{3}-\left(\dfrac{32\pi}{3}-16\sqrt{3}\right)\right] =$

$= 2\left(\dfrac{-16\pi}{3}+16\sqrt{3}\right) = 32\left(-\dfrac{\pi}{3}+\sqrt{3}\right)$

GABARITO: LETRA B

20) O vértice A de um hexágono regular ABCDEF pertence à reta r conforme a figura abaixo.
Se os pontos F e B distam da reta r, respectivamente, 2 cm e 3 cm, a área de ABCDEF mede:

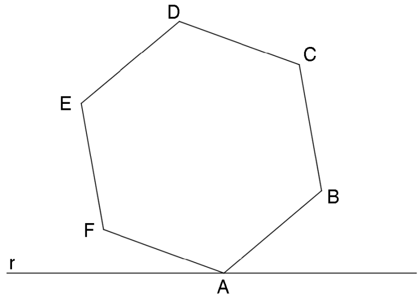
a) 36 cm².

b) $13\sqrt{3}\ cm^2$

c) 13 cm².

d) $38\sqrt{3}\ cm^2$

e) 25 cm².



RESOLUÇÃO:

1º) sen $\alpha = \frac{2}{\ell}$, então como $sen^2\ \alpha + cos^2\ \alpha = 1$, cos. $\alpha = \frac{\sqrt{\ell^2 - 4}}{\ell}$.

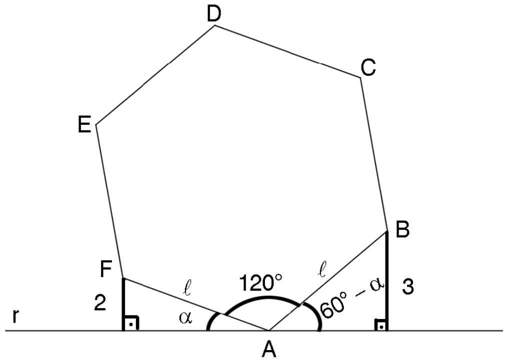
2º) $sen(60° - \alpha) = \frac{3}{\ell}$. Desenvolvendo-o:

$$sen\ 60°\ cos\ \alpha - sen\ \alpha .\ cos\ 60° = \frac{3}{\ell}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} . \frac{\sqrt{\ell^2 - 4}}{\cancel{\ell}} - \frac{\cancel{2}}{\cancel{\ell}} . \frac{1}{\cancel{2}} = \frac{3}{\cancel{\ell}} \rightarrow \frac{\sqrt{3\ell^2 - 12}}{2} = 4$$

$$\left(\sqrt{3\ell^2 - 12}\right)^2 = (8)^2 \rightarrow 3\ell^2 - 12 = 64 \rightarrow 3\ell^2 = 76$$

$$\ell^2 = \frac{76}{3}$$



3º) Área do hexagono: $6.\frac{\ell^2\sqrt{3}}{4} = \frac{6\sqrt{3}}{4}.\ell^2 = \frac{\cancel{3}\sqrt{3}}{2}.\frac{76}{\cancel{3}} = \frac{76\sqrt{3}}{2} = 38\sqrt{3}\ cm^2$

GABARITO: LETRA D